Università degli Studi di Reggio Calabria
Facoltà di Ingegneria
A.A 2002\2003

Corso di Topografia e Cartografia
Docente: Vincenzo Barrile

Il Gps

Allievi:

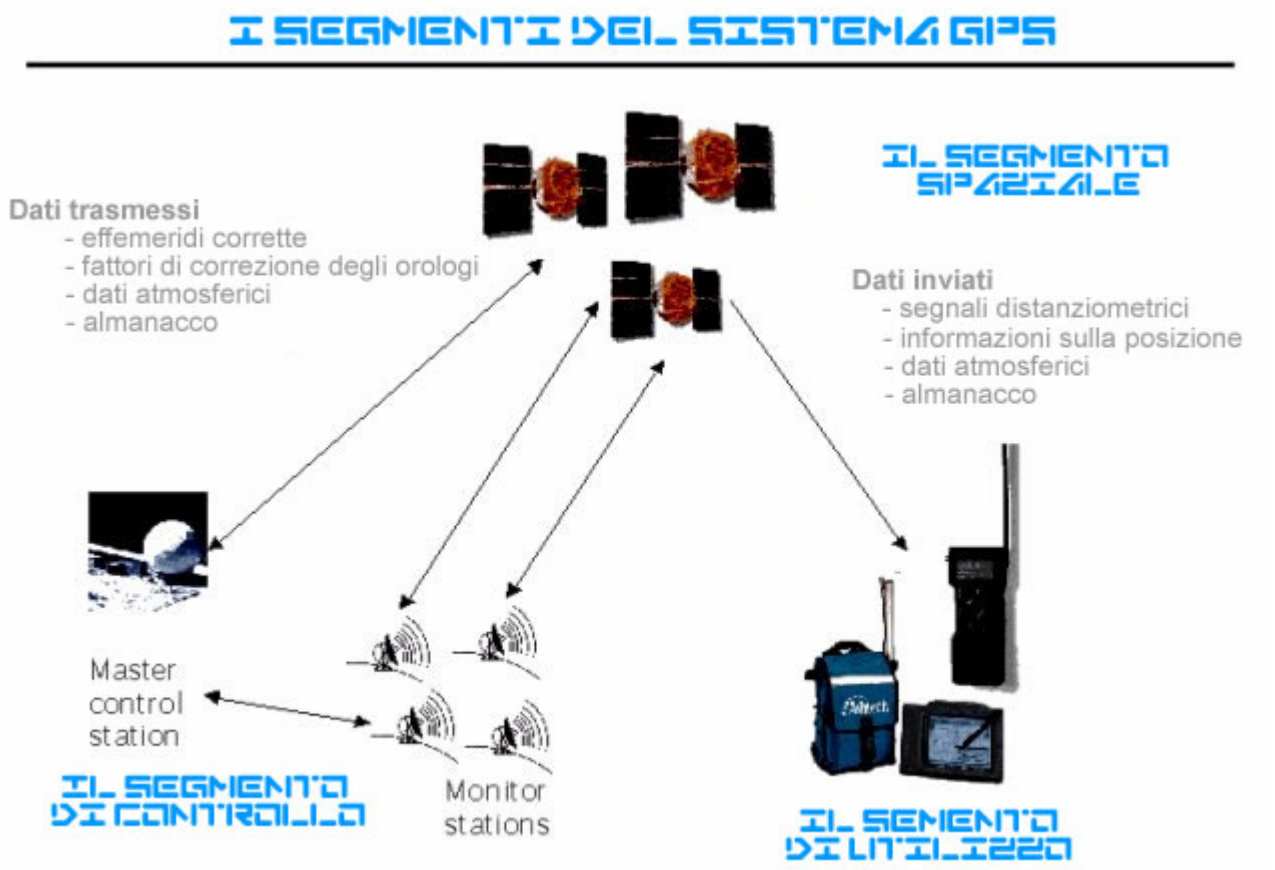
- Francesco Parisi
- Benetakis Emmanouil
- Carmelo Nucera

Capitolo 1

Concetti introduttivi

Il GPS è un sistema di posizionamento basato sulla ricezione a terra di segnali radio emessi da una costellazione di satelliti artificiali. La sua denominazione completa è: NAVSTAR GPS che è l'acronimo di Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System, esso consente il posizionamento tridimensionale in ogni istante ed in ogni luogo della Terra, o vicino alla Terra, anche in movimento, ed è costituito da tre segmenti:

Segmento spaziale - cioè la costellazione dei satelliti in orbita.
Segmento di controllo - ossia le stazioni a terra che gestiscono il sistema.
Segmento di utilizzo - ovvero l'utenza civile militare dotata di ricevitori appositi.



1.1 Descrizione del sistema

1.1.1 Segmento spaziale

In varie epoche sono stati lanciati i satelliti che costituiscono la costellazione, a tutt'oggi, da ogni luogo e ad ogni ora, è possibile scorgere un numero minimo di quattro satelliti (fino ad un massimo di sei oppure otto) a partire da un'elevazione di 15° rispetto alla linea

dell'orizzonte. Ogni satellite è dotato di propri orologi atomici che consentono di avere un riferimento temporale costante e stabile.

Le funzioni dei satelliti possono essere così sintetizzate:

- trasmettere informazioni agli utilizzatori mediante un segnale radio piuttosto complesso;
- mantenere un riferimento di tempo accurato, grazie agli orologi di bordo;
- ricevere e memorizzare informazioni dal segmento di controllo;
- eseguire manovre e correzioni d'orbita.

La costellazione è attualmente costituita dai satelliti di due blocchi:

- I satelliti del blocco IIR hanno ormai rimpiazzato quelli dei precedenti blocchi II e IIA, non a caso la lettera R sta per refurnishment o replacenment. Portano a bordo un orologio "MASER[1]" (di stabilità superiore al Rubidio - Rb -, ed al Cesio - Cs -); esiste un collegamento intersatellitare che migliora la precisione con cui vengono determinate le orbite.
- Il lancio dei satelliti del blocco IIF è iniziato nel 2001 e finirà nel 2010: la lettera F sta per *follow on* - successivo – i satelliti di questo blocco hanno una vita minima prevista di dieci anni, consentono la gestione di eventuali variazioni di frequenze ed ospitano a bordo sistemi inerziali.

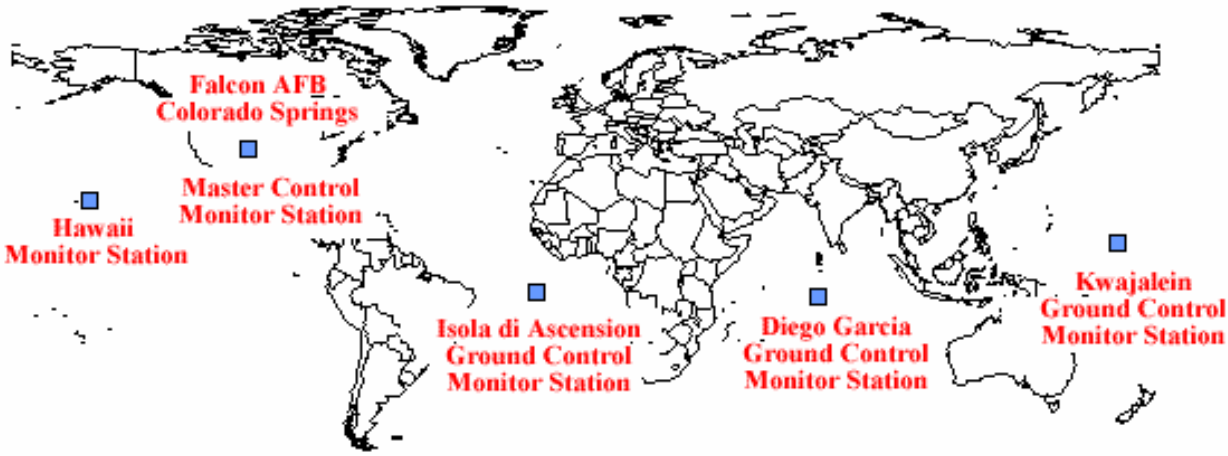
1.1.2 Il segmento di controllo

E' dato dall'insieme dalle stazioni di controllo a terra. Sono cinque e sono disposte in modo pressoché equispaziato rispetto all'equatore. Le funzioni sono:

- "tracciare" ovvero seguire in maniera continua i satelliti ed elaborare i dati ricevuti per calcolarne la posizione spazio-temporale (effemeridi);
- controllare gli orologi dei satelliti attraverso un orologio MASER all'idrogeno;
- imporre correzioni di orbita;
- memorizzare nuovi dati sui satelliti: fra i più importanti ci sono le "effemeridi[2]" previste per le successive 12 o 24 ore; che vengono trasmesse agli utenti.

[1] MASER è la sigla di Microwave Amplification by Stimulated Emition of Radiation, è un dispositivo per l'amplificazione di deboli segnali a frequenze di microonde, che utilizza l'emissione stimolata di radiazioni.

[2] La parola effemeride proviene dal greco ephemeris~idos, da epi, sopra, ed hēmēra, giorno. Nel mondo classico era un diario o un libro giornaliero di conti e ricordi, e, in particolare, memorie politiche o militari compilate giorno per giorno su ordine di taluni capi di Stato, che costituirono, come quelle di Alessandro Magno e degli imperatori romani, preziose fonti storiche. In astronomia le effemeridi sono un insieme di tavole indicanti, giorno per giorno, i fenomeni astronomici di un certo periodo e più particolarmente i valori delle coordinate dei corpi celesti, nel caso del GPS le effemeridi descrivono, oltre alla posizione, anche lo stato di salute dei satelliti ed anche le condizioni degli orologi di bordo.



GPS - Rete delle stazioni impiegate per il controllo delle stazioni

La prima funzione è assolta da tutte le stazioni, dato che ognuna ha compiti di monitoraggio, *Monitor Stations*, il controllo degli orologi e le correzioni d'orbita sono affidate alla cosiddetta *Master Control Station* che si trova in una località (Falcon AFB) di Colorado Springs, in Colorado. Altre stazioni, le tre *Ground Control Stations* che si trovano nelle isole di Ascension, Diego Garcia e Kwajalein, sono in grado di inviare messaggi ai satelliti. Tali messaggi sono relativi alle nuove effemeridi, contengono parametri di correzione degli orologi e dati sul modello ionosferico.

1.1.3 Il segmento di utilizzo

E' costituito dall'utenza, civile e militare, dotata di ricevitori ad antenna. Questi sono dotati strumenti di tipo "passivo" non emettono cioè segnali ma sono in grado di acquisire dati. La posizione che verrà determinata è quella del centro di fase dell'antenna, normalmente messa in stazione su treppiede sul vertice di interesse, i dati raccolti verranno successivamente compensati per ottenere risultati più precisi.

1.2 Descrizione del segnale[3]

Come già detto i satelliti attualmente in orbita sono dotati di orologi MASER all'idrogeno la cui stabilità è superiore di un ordine di grandezza rispetto agli orologi atomici[4] in precedenza utilizzati. Tali orologi producono una frequenza fondamentale da cui hanno origine le tre parti fondamentali del segnale emesso dal GPS:

i. Componente portante: 2 onde sinusoidali chiamate L1 ed L2;
ii. Componente impulsiva: 2 codici detti C/A e P;
iii. Componente messaggio: codice D.

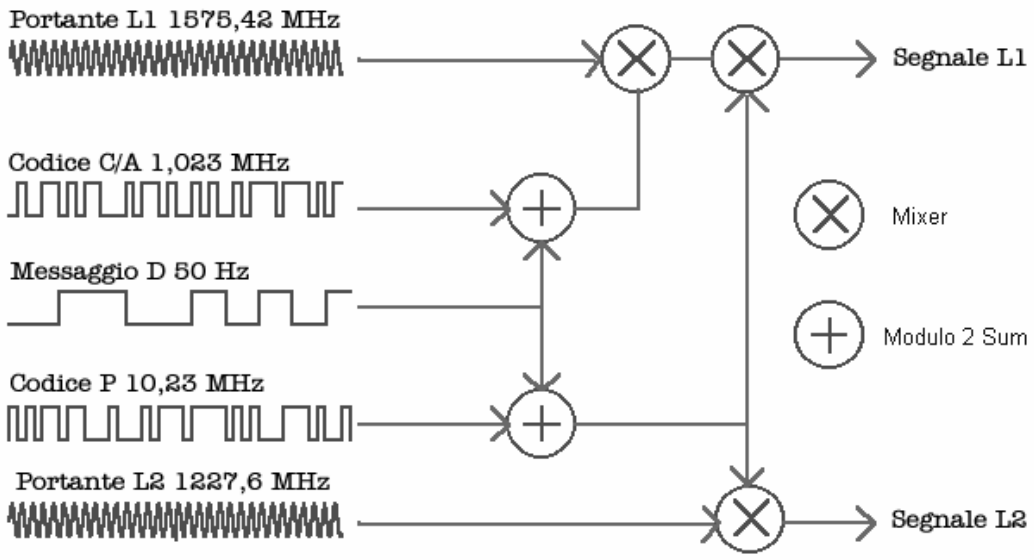
[3] Per avere dettagli sulla funzione dei codici nella trasmissione dei segnali GPS ai ricevitori si vada all'Appendice A.
[4] Gli orologi atomici non sono detti "atomici" perché alimentati da energia atomica, il loro nome è dovuto al fatto che essi usano le oscillazioni di un particolare atomo come "metronomo". Questa forma di misura temporale è il più stabile ed accurato riferimento che l'uomo abbia mai scoperto.

1.2.1 Portanti

La portante L1 viene generata moltiplicando la frequenza fondamentale per 154 e la portante L2 per 120, l'utilizzo di due frequenze è fondamentale per eliminare diverse cause di errore, ad esempio l'effetto del ritardo del segnale per la rifrazione ionosferica[5].

1.2.2 Codici

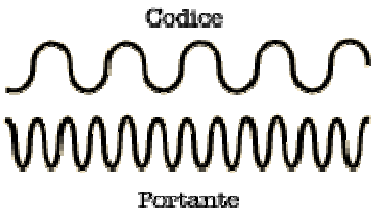
La misura della distanza satellite-ricevitore, necessaria per il posizionamento, viene ricavata dal tempo di propagazione del segnale dal satellite al ricevitore, misurato a partire da due codici che modulano le portanti. I codici sono detti "pseudo casuali" o PRN (*Pseudo Random Noise*) poiché sono generati a partire da una sequenza casuale di +1 e -1 che si ripete dopo un certo intervallo temporale. Si tratta cioè di segnali digitali così complicati da sembrare quasi rumore elettrico casuale, da qui l'acronimo "PRN" con cui vengono identificati. Per il primo codice, C/A (*Course Acquisition*), la sequenza è emessa ad una frequenza pari ad un decimo di quella fondamentale (che è pari a 10,23 MHz) e si ripete ogni millisecondo. Ogni satellite ha un differente C/A che ne permette la sua identificazione.
Il secondo codice, P (*Precision*) è ad esclusivo accesso militare, esso è dato da un'altra sequenza di +1 e -1 emessa alla frequenza fondamentale che si ripete ogni settimana.
Entrambe le portanti L1 ed L2 sono modulate dai codici. Si ha cioè una versione di L1 sfasata di π/2 a causa della modulazione con il codice C/A, mentre sia L1 che L2 sono modulate con il codice P. Tutte le componenti (L1, L1 sfasata, L2) trasportano il messaggio D. Osservando la figura qui sotto e la forma analitica del segnale emesso dai satelliti GPS alla pagina seguente si può notare come esso sia dato dai segnali L1 ed L2.



Segnali utilizzati nel sistema GPS e loro frequenze

[5] La ionosfera è una regione dell'atmosfera compresa tra i 40 e 1000 km di altitudine, è costituita da un insieme di strati d'aria ionizzati ben delimitati che possono esercitare perturbazioni sui segnali GPS. Anche se molti degli errori sono dovuti a questi fenomeni essi possono essere rimossi tramite opportuni modelli matematici.

Il segnale L1 è dato da una componente data dalla portante L1 modulata dal codice C/A e da una componente data dalla portante L1 modulata dal codice P. Il segnale L2 viene ottenuto modulando la portante L2 con il codice P. Come già detto i due segnali trasportano il messaggio D.
Una portante modulata può essere ricondotta alla sua forma originaria utilizzando lo stesso codice di modulazione, così facendo dove le fasi subivano un'inversione (segno della fase -1) modulate nuovamente con la stessa onda, tornano a sfasamento nullo[6].
Come si può vedere in figura il codice P viene emesso ad una frequenza dieci volte maggiore alla frequenza con cui viene emesso il codice civile C/A, ed è potenzialmente molto più accurato e molto più difficile da sabotare con interferenze.
Dato che però P è più complicato di C/A è anche più difficile per i ricevitori acquisirlo, per questo motivo molti ricevitori, civili e militari, acquisiscono prima C/A e poi P.
Una delle funzioni presenti nel sistema GPS da la possibilità al gestore - il Dipartimento della Difesa statunitense - di "mascherare" il codice P in modo da renderlo accessibile solo agli utenti autorizzati. Questa procedura consiste nel criptare il codice P con un codice W(t) ed è detta *Antispoofing* (A-S), il codice W(t) è noto solo agli utenti abilitati, la somma dei due moduli P e W fornisce il codice Y. Quando l'A-S è attivo, il codice P sulle portanti è rimpiazzato dal codice Y.



1.2.3 Messaggio

Il messaggio navigazionale D contiene importanti informazioni quali le effemeridi dei satelliti, esso è dato da un'altra sequenza di +1 e -1 ed è emesso ad una frequenza più bassa (50 Hz) rispetto alle altre sequenze, il suo scopo è quello d'informare l'utente dello stato di salute e della posizione del satellite, di fornire i parametri di correzione degli orologi del satellite e di inviare altre informazioni necessarie per il posizionamento in tempo reale.
La descrizione analitica del segnale completo, nelle due frequenze è:

$$L_1(t) = A_1[C/A(t)]D(t)sen(f_{L1} + \phi_{L1}) + A_1 P(t)W(t)D(t)\cos(f_{L1} + \phi_{L1})$$

$$L_2(t) = A_2 P(t)W(t)D(t)\cos(f_{L2} + \phi_{L2})$$

Il segnale L2 ha ampiezza A_2 e frequenza f_{L2}. E' modulato dal messaggio D e dal codice P che sono una sequenza di numeri +1 e –1. Entrambi sono funzione del tempo in quanto hanno una loro frequenza. Il segnale in L1 è più complicato in quanto ha una parte sfasata

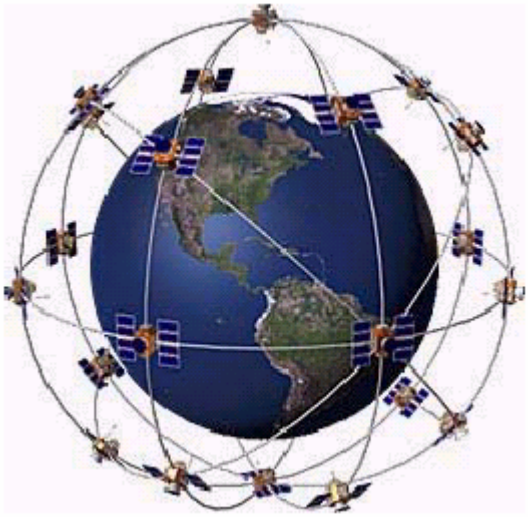
[6] A tale proposito si consideri quello che avviene quando con una normale radio ci sintonizziamo su una stazione, ad esempio la 94.7. Si ha che stiamo sintonizzandoci su una portante la cui frequenza è pari a 94.7 MHz. E' chiaro che l'orecchio umano non può ascoltare un suono che si propaga a 94 milioni di cicli al secondo. La musica che noi sentiamo è una modulazione nella frequenza della portante. Così quando noi ascoltiamo qualcuno alla radio cantare un "do" stiamo ascoltando la portante variata ad un tasso di 440 cicli.

di π/2, modulata dal codice C/A e una, come in L2 modulate dal codice P. Entrambe sono modulate dal codice D.

La complessità del segnale emesso dai satelliti del sistema GPS è giustificata da diversi motivi:

- il GPS deve dialogare con un numero imprecisato di utenti e questi a loro volta non debbono rivelare la loro posizione con l'emissione di segnali che possono rendere individuabile la stazione. Non è dunque praticabile, per motivi di segretezza (il GPS è un sistema militare), un sistema "a due vie" tipo distanziometro ad onde;
- le misure di codice servono per un posizionamento in "tempo reale" ma di bassa precisione;
- le misure di fase si utilizzano per posizionamenti di precisione, spesso in post-elaborazione;
- l'utilizzo di due frequenze è indispensabile per contenere e/o modellizzare l'effetto legato alla rifrazione del segnale attraverso lo strato ionosferico.

Oltretutto la complessità del modello consente ai ricevitori di non sincronizzarsi accidentalmente su altri segnali di forma analoga, ogni satellite possiede un suo specifico PRN, in tal modo i segnali emessi dai satelliti non interferiscono tra loro pur essendo tutti alla stessa frequenza. E ciò rende anche più difficile il sabotaggio del sistema da parte di forze ostili. Si sta attualmente discutendo l'implementazione di una terza frequenza (detta L5) ad uso civile in modo da separare completamente il servizio offerto all'utenza militare da quello per l'utenza civile.



Capitolo 2

Evoluzione tecnologica del sistema

2.1 Quali erano le necessità

Il GPS venne sviluppato per sostituire il sistema satellitare TRANSIT, che risultava di difficile impiego a causa di due grosse deficienze:

1) Presenza di gap temporali molto ampi nella copertura satellitare, normalmente un satellite passava ogni 90 minuti sullo stesso punto, così gli utenti dovevano interpolare la loro posizione per mezzo di approssimazioni o attendere passaggi successivi.

2) Accuratezza della navigazione relativamente bassa.

Il GPS consente invece di sapere in quale istante, in quale posizione ed a quale velocità un corpo è in moto, il tutto in modo rapido, preciso ed economico, da qualsiasi parte del globo.

2.2 Breve cronologia

- Fine anni ‘60, sviluppo del concetto;
- Inizio anni ‘70, istituzione di un programma di stanziamento fondi e di un Ufficio di Programmazione Congiunta all’interno del Dipartimento della Difesa statunitense;
- Dicembre 1973, proposta del GPS approvata dal Consiglio Acquisizioni e Revisioni del Sistema di Difesa statunitense;
- Metà degli anni ‘70, esperimenti a terra.
- 22 Febbraio 1978, lancio del primo satellite;
- 1986-1989, mancato lancio dovuto all’incidente dello shuttle Challenger;
- 1989, revisione del programma dei lanci e modifiche nel progetto della costellazione satellitare;
- 1989, la Corporazione Magellan introduce sul mercato il primo ricevitore GPS portatile;
- Gennaio 1990, uscita del primo numero della rivista GPS World;

- 1991, individuazione e soluzione di un grosso inconveniente che aveva rallentato il progresso del sistema;

- Gennaio 1992, uso del GPS nell'operazione militare: "Tempesta nel Deserto".

- Dicembre 1993, dichiarazione di Capacità Operativa Iniziale del Segretario della Difesa statunitense;

- 2 Maggio 2000, i ricevitori GPS a disposizione dell'utenza civile subiscono un incremento nella loro accuratezza orizzontale, da "non meno di" 100 metri a 15-25 metri.

2.3 Le condizioni attuali

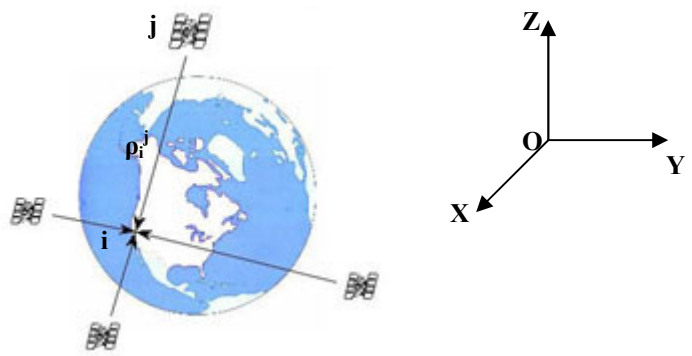
Il lancio del 24° satellite del II blocco nel marzo del 1994 ha consentito il completamento della costellazione GPS. Quattro satelliti aggiuntivi sono stati tenuti di scorta pronti per essere lanciati "in caso di necessità".
Le distanze fra i satelliti sono state impostate in modo che un minimo di cinque satelliti siano visibili da qualsiasi parte del globo. Affinché le loro orbite siano sempre perfette i satelliti sono costantemente monitorati dal Dipartimento della Difesa statunitense. Radar estremamente precisi vengono inoltre utilizzati per valutare l'esatta altitudine, posizione e velocità di ogni singolo satellite, gli errori che essi valutano sono detti "errori sulle effemeridi". Tali errori sono causati da spinte gravitazionali provenienti dalla Luna e dal Sole e dalla pressione delle radiazioni solari sui satelliti. La loro entità è veramente piccola ma per migliorare la precisione bisogna tenerne conto.

Capitolo 3

Posizionamento e tecniche di rilevamento

3.1 Premessa

Il posizionamento GPS avviene secondo una tecnica di "intersezione spaziale distanziometrica". Il sistema di riferimento è l'ellissoide WGS84 (World Geodetic System 1984). Supposte note le posizioni dei satelliti, la posizione di un punto viene determinata misurando le distanze (range) che intercorrono tra il punto ed i satelliti.



$$\rho_i^j(t) = \sqrt{\left(X^j(t) - X_i\right)^2 + \left(Y^j(t) - Y_i\right)^2 + \left(Z^j(t) - Z_i\right)^2}$$

L'espressione di ρ_i^j rappresenta la distanza geometrica (range) tra un satellite in moto orbitale ed il centro di fase dell'antenna di un ricevitore.
Il posizionamento GPS può essere eseguito in varie modalità:

- *Posizionamento assoluto:*

Le coordinate di un punto singolo sono determinate tramite misure di pseudorangerispetto ad un sistema di riferimento globale. La precisione (comprensiva di effetti *biases*) può essere ±100 m in planimetria e ±150 m in altimetria. Le applicazioni sono di tipo navigazionale ma non topografiche.

- *Posizionamento relativo:*

Vengono determinate le componenti del vettore baseline che congiunge i vertici occupati dalle stazioni. L'elaborazione è fatta a posteriori, trattando i dati acquisiti (normalmente quelli di fase) nel ricevitore "base" e "mobile", con il metodo delle doppie differenze. In questa maniera si elidono o si riducono errori sistematici (*bias*) da cui sono affetti i range delle due stazioni. Nei metodi relativi, la discriminante è soprattutto il tempo di acquisizione, e l'intervallo di campionamento. Ad esempio per appplicazioni statiche con lunghi tempi di acquisizione, è comune campionare con intervalli di tempo di 15 o 30 secondi; per applicazioni cinematiche conviene invece restringere questo intervallo che viene spesso portato ad un secondo.

- *Posizionamento differenziale (DGPS):*

Simile al posizionamento assoluto si esegue correggendo le osservazioni di range (satellite-ricevitore) con una correzione differenziale calcolata da una stazione "base" di posizione nota. Queste correzioni possono essere trasmesse (via radio o telefonia cellulare) secondo il protocollo RTCM e applicate in tempo reale. Come nel posizionamento relativo vengono eliminati o ridotti i vari errori sistematici.

Le misure GPS possono essere inoltre:

- *Statiche:* si permane sui punti per un certo tempo;
- *Cinematiche:* il ricevitore è in continuo movimento.

Il posizionamento GPS può ancora essere eseguito:

- *In post-elaborazione:* i dati vengono elaborati dopo l'acquisizione nelle varie stazioni;
- *In tempo reale:* la posizione è direttamente disponibile in campagna.

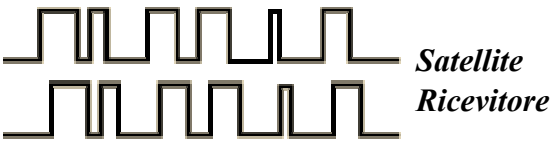
In tutti i casi il problema è la determinazione del range tra il ricevitore e i satelliti GPS. Due possono essere le modalità di misura:

- *Misure di codice* sulla componente impulsiva del segnale, cioè il codice.
- *Misure di fase* sulla portante del segnale.

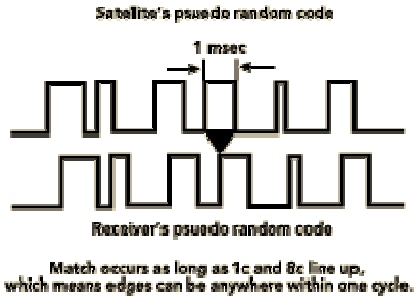
3.2 Il posizionamento assoluto

3.2.1 Posizionamento assoluto con misure di codice

Ad un primo approccio le parole "*misure di codice*" e "*misure di fase*" potrebbero sembrare incomprensibili, esse in realtà si riferiscono a quel particolare segnale usato per le misurazioni temporali. Usando la frequenza delle portanti GPS è possibile aumentare significativamente l'accuratezza del sistema.
E' noto che un ricevitore GPS determina il tempo di viaggio di un segnale proveniente dal satellite comparando i codici PRN generati.



Il ricevitore trasla indietro il suo codice fino a sincronizzarlo con quello del satellite. Il problema è che i bit (cioè i cicli) di un codice PRN sono così grandi che anche dopo la sincronizzazione una lieve sfasatura è comunque presente. Si considerino questi due segnali:



Segnale A

Segnale B

Comparandoli è chiaro che essi coincidono. Quando il segnale A vale uno, il segnale B vale uno. Quando A è zero anche B è zero. Si può comunque notare che il segnale A è poco più indietro del segnale B. infatti traslando il segnale A di quasi metà ciclo indietro i segnali coincideranno.
Questo è il problema delle *misure di codice*, comparando due PRN sfasati di quasi un micro secondo per ciclo, alla velocità della luce avremo un errore di quasi 300 metri!
Nonostante questo le *misure di codice* vengono impiegate, ciò è dovuto al fatto che i progettisti dei ricevitori sono riusciti a fare in modo che i segnali siano quasi perfetti in fase.
I buoni ricevitori hanno un'approssimazione del 1÷2%, e comunque vengono commessi errori dell'ordine di 15÷25 metri.
Per questo motivo i ricevitori iniziano percependo prima di tutto i PRN, per spostarsi poi su misurazioni basate sulla frequenza della portante che viaggia insieme a quel codice.

Matematicamente sono necessari i *range* di quattro satelliti per determinare esattamente una posizione, tre *range* potrebbero essere ritenuti sufficienti, ci si chiede però come è possibile misurare una distanza da qualcosa che fluttua nello spazio.
Ciò è possibile cronometrando il tempo impiegato dal segnale a raggiungere il ricevitore partendo dal satellite, nel caso del GPS ci riferiamo a segnali radio che si propagano ad una velocità prossima a quella della luce (299.792,458 km/s).
Riuscire, quindi, a misurare i tempi di propagazione è un problema complicato. In primo luogo perché i tempi sono molto brevi, se il satellite si trova proprio sopra il punto, i tempi sono circa pari a 0,06 secondi, sono quindi necessari orologi estremamente precisi.
Assumendo di poter disporre di tali orologi, consideriamo la questione dei tempi di propagazione con una piccola analogia:

Supponiamo che nello stesso istante temporale il ricevitore ed il satellite comincino a suonare la stessa canzone, il suono che raggiunge il ricevitore dallo spazio non è sincronizzato con quello del ricevitore, e questo perché esso ha dovuto viaggiare per più di 18.000 km ed ovviamente è un po' ritardato.

Volendo sapere di quanto è ritardata la versione del satellite, dobbiamo ritardare la versione del ricevitore fino ad ottenere una perfetta sincronizzazione. La quantità di tempo di cui bisogna ritardare la versione del ricevitore è pari al tempo di viaggio della versione del satellite, moltiplicando poi per la velocità della luce otteniamo la distanza dal satellite:

$$R_i^j(t) = c \times \Delta t$$

Il GPS funziona fondamentalmente in questo modo, solo che vengono "suonati" codici PRN, probabilmente più facili da "suonare" delle canzoni[7].
La distanza misurata in questo modo non è che lo *pseudorange*, dal momento che gli orologi dei satelliti e del ricevitore non sono tra loro sincroni in quanto esiste un asincronismo (offset). Esistono tre scale temporali:

1. scala di tempo atomico (t_a), che si assume come riferimento fondamentale;
2. scala di tempo del satellite (t^j);
3. scala di tempo del ricevitore (t_i).

Riportando tutti i tempi alla scala fondamentale t_a, il range misurato sarà:

$$R_i^j(t) = c \times \left[\left(t^j + \delta^j(t)\right) - \left(t_i + \delta_i(t)\right)\right] = c \times \left[\left(t^j - t_i\right) + \delta^j(t) - \delta_i(t)\right] = c \times \left[\Delta t + \Delta\delta_i^j(t)\right]$$

L'equazione di pseudorange all'epoca t può essere modellata tramite la:

$$R_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\Delta\delta_i^j(t)$$

Dove:

$R_i^j(t)$ è la misura osservata tra satellite j e ricevitore i

$\rho_i^j(t) = \sqrt{\left(X^j(t) - X_i\right)^2 + \left(Y^j(t) - Y_i\right)^2 + \left(Z^j(t) - Z_i\right)^2}$ è la distanza geometrica

$\Delta\delta_i^j(t) = \delta^j(t) - \delta_i(t)$ è la combinazione tra *bias* degli orologi del satellite j e del ricevitore i

Il *bias* dell'orologio del satellite può essere modellato, rispetto ad un'epoca di riferimento t_0 con un polinomio di 2° grado:

$$\delta^j(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2$$

Consideriamo sincronizzati tra loro gli orologi atomici di tutti i satelliti. Quest'ipotesi porta ad un errore approssimativamente pari ad 1 nano secondo (10^{-9} secondi) cioè, alla velocità della luce ad un errore sulla distanza ricevitore-satellite di 30 cm. Gli orologi dei ricevitori sono normalmente al quarzo, con stabilità minore di alcuni ordini di grandezza rispetto agli orologi atomici. Gli orologi dei ricevitori possono essere considerati sincronizzati con un errore approssimativamente pari ad 1 micro secondo (10^{-3} secondi). Questo porta, alla velocità della luce ad un errore sulla distanza ricevitore-satellite di 300 km. Questo valore non è accettabile: si considera allora incognito l'errore (offset) dell'orologio del ricevitore $\delta_i(t)$ ad ogni epoca di misura.

[7] Dato che la misura dei tempi di propagazione dei segnali radio è la chiave del GPS è necessario che gli orologi impiegati siano molto precisi, perché un errore di un centesimo di secondo, alla velocità della luce, si traduce in un errore circa pari a 300 km. I satelliti, come già detto, sono dotati di orologi atomici, i ricevitori chiaramente no.
Per ovviare a questo inconveniente le misure cronometriche vengono migliorate con un ulteriore misurazione satellitare. Se tre misurazioni esatte possono localizzare un punto in uno spazio tridimensionale, allora quattro misurazioni imperfette possono fare la stessa cosa.

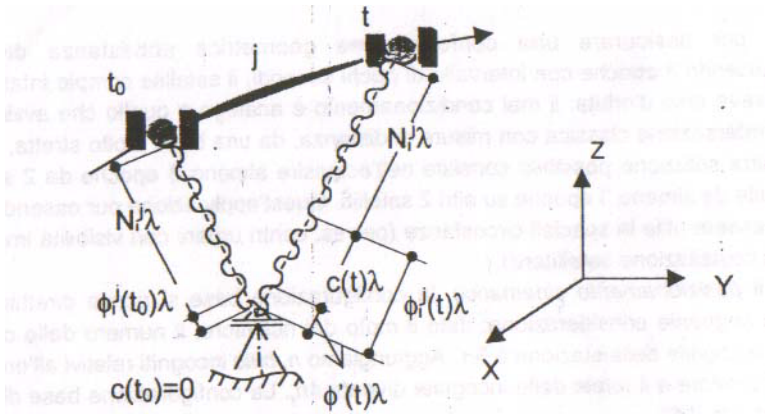
L'equazione di pseudorange di codice sarà:

$$R_i^j(t) - c\delta^j(t) = \rho_i^j(t) - c\delta_i(t)$$

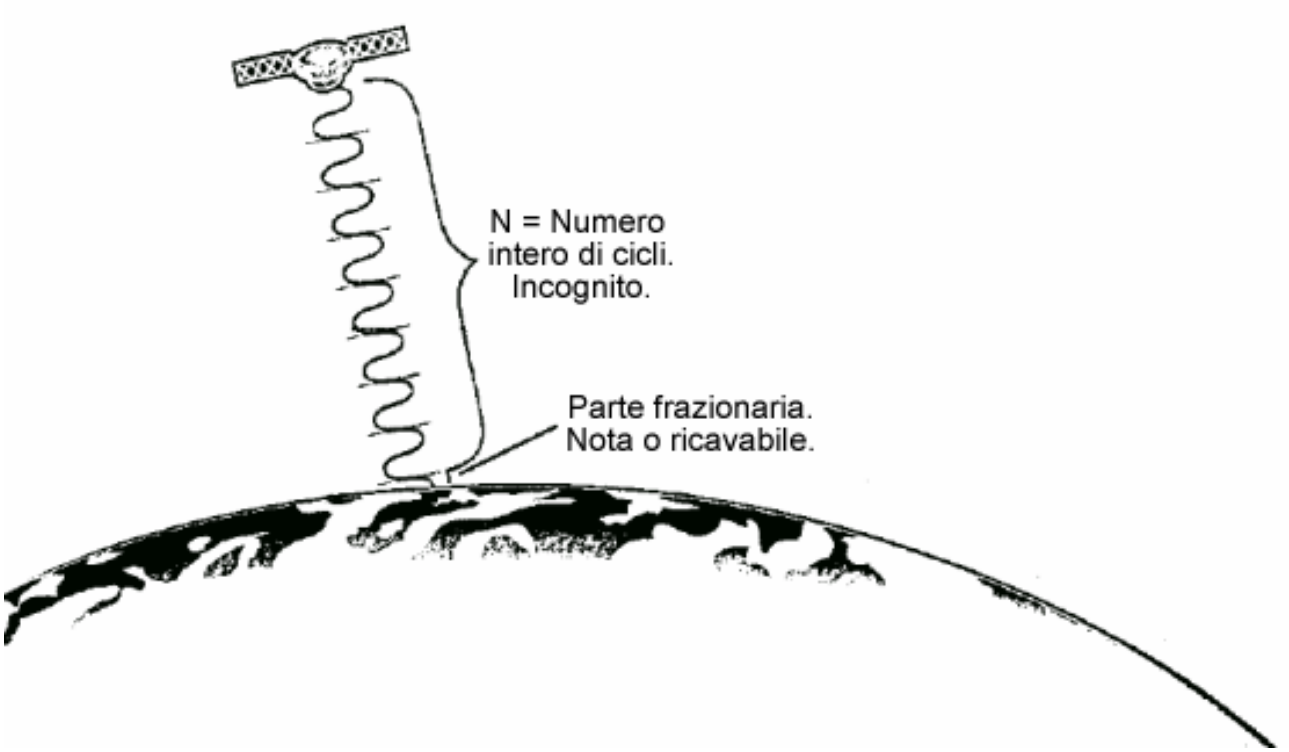
3.2.2 Posizionamento assoluto con misure di fase

Prima di introdurre le misure di fase facciamo alcune considerazioni qualitative: si consideri innanzitutto che la frequenza della portante è molto più alta di quelle dei codici. Ciò significa che gli impulsi sono molto più vicini e di conseguenza la misurazione è molto più accurata. Infatti la frequenza (bit rate) di un PRN è superiore ad 1 MHz, la sua portante ha una frequenza (cycle rate) superiore ad 1 GHz (1000 volte più veloce). Alla velocità della luce il segnale emesso dal GPS a 1,57 GHz ha una lunghezza d'onda di quasi 20 centimetri, cosicché il segnale portante può essere un riferimento molto più accurato del PRN, e questo, combinato con l'approssimazione di qualche percento ottenuto con le *misure di codice* consente ad i ricevitori di raggiungere una precisione di 3 o 4 millimetri.
Il problema è che la frequenza portante è difficile da contare perché è molto uniforme, ogni ciclo assomiglia al successivo, d'altro canto, però, il PRN è intenzionalmente complesso per poter distinguere facilmente quale ciclo si sta osservando. Quindi il *range* satellite-ricevitore può essere ottenuto anche con misure di fase sulle portanti sinusoidali L1 ed L2.

Si supponga ora di seguire un satellite j lungo la sua orbita considerando un'epoca iniziale t_0 e una generica t.



All'istante t_0 il *range* satellite j ricevitore i può essere espresso come somma del numero intero di cicli $N_i^j\lambda$ più la frazione $\Phi_i^j(t_0)\lambda$, dove $\Phi_i^j(t_0)$ rappresenta la fase espressa in frazioni di ciclo. In realtà solo $\Phi_i^j(t_0)$ viene misurata mentre rimane incognito il termine N_i^j chiamato "*ambiguità di fase*": questa è una nuova incognita per ogni satellite osservato.
All'epoca t il satellite ha percorso un tratto d'orbita: la nuova misura del range di fase può essere espressa nuovamente come somma del numero intero di cicli $N_i^j\lambda$ più la misura di fase $\Phi_i^j(t)\lambda$ all'epoca t. Quest'ultima può a sua volta essere espressa come somma del numero intero di cicli $c(t)\lambda$, contati dall'epoca t_0, di primo "*aggancio*" al satellite, più la parte frazionaria di ciclo $\Phi'(t)\lambda$. Anche in questo caso il ricevitore è in grado di misurare la parte $\Phi_i^j(t)$ ma non l'ambiguità di fase N_i^j che però si suppone rimanga la stessa.
La determinazione dell'ambiguità di fase può essere risolta osservando un satellite per più epoche, il presupposto è che N_i^j rimanga però la stessa, ovvero sia mantenuto il contatto con il satellite tra le varie epoche di misura e quindi il conteggio del numero intero di cicli dovuti al moto relativo satellite-ricevitore.



La perdita del contatto con i satelliti è detta *cycle slip* e provoca l'introduzione di una nuova ambiguità di fase incognita ad ogni interruzione. Il modello matematico della misura di fase è quello di Hofmann-Wellenhof (1997):

$$\phi_i^j(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_i^j(t) + N_i^j + f^j \Delta\delta_i^j(t)$$

Dove:

Φ_i^j (t)λ è la misura di fase espressa in cicli;

λ è la lunghezza d'onda;

ρ_i^j(t) λ è il range geometrico;

N_i^j è l'ambiguità di fase (numero intero delle lunghezze d'onda), indipendenti da t;

f^j è la frequenza del segnale del satellite;

$\Delta\delta_i^j$ è la combinazione degli errori d'orologio del satellite j e del ricevitore i.

Considerando che $\Delta\delta_i^j(t) = \delta^j(t) - \delta_i(t)$, sostituiamo questa posizione al secondo membro della precedente equazione:

$$\phi_i^j(t) - f^j\delta^j(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_i^j(t) + N_i^j - f^j\delta_i(t)$$

Così facendo spostiamo il *bias* dell'orologio del satellite che abbiamo definito nel paragrafo 3.2.1.

3.3 Errori nelle misure GPS

Anche se il Dipartimento della Difesa statunitense ha misurato l'esatta posizione dei satelliti, queste informazioni vengono ritrasmesse dai satelliti stessi. Il satellite allora include la posizione corretta nell'informazione inviata tramite il segnale cronometrico.
Cosicché un segnale GPS è molto di più di un semplice codice pseudo casuale utilizzato per scopi cronometrici. Esso contiene anche un messaggio navigazionale con informazioni sulle effemeridi.
Con la perfetta temporizzazione e la determinazione esatta della posizione dei satelliti, si potrebbe ritenere di essere pronti ad effettuare calcoli precisi sul posizionamento. Ma ci sono altri problemi.

Quindi in sostanza bisogna considerare che:

- Utilizzando i satelliti come riferimento per le misurazioni di *range*, bisogna conoscere esattamente dove essi si trovano.

- Le orbite dei satelliti sono molto alte, e quindi facilmente prevedibili.

- Piccole variazioni delle orbite sono misurate dal Dipartimento della Difesa statunitense.

- Le informazioni sugli errori vengono inviate dai satelliti utilizzando i segnali cronometrici.

Ma nel mondo reale molte cose possono accadere ad un segnale GPS che rendono la sua vita meno che matematicamente corretta, per tirar fuori più informazioni possibile dal sistema un buon ricevitore GPS deve tener conto di un grande varietà di possibili errori.
La precisione delle misure GPS dipende dalla precisione con cui possono essere determinati i *range* satellite-ricevitore. Gli errori che si possono commettere in questa misura sono di tre tipi:

1. *errori accidentali di misura*;

2. *errori sistematici o di modello (bias)*: errori d'orologio, rifrazione troposferica e ionosferica, errori d'orbita;

3. *errori vari di osservazione*: percorsi multipli (*multipath*), elettronica del ricevitore, interferenze elettromagnetiche, variazione della posizione del centro di fase dell'antenna.

Questi errori sono intrinsecamente presenti nella misura; esistono altri errori indotti volontariamente dal gestore del sistema GPS, allo scopo di degradare le precisioni di posizionamento: si parla allora di SA (*Selective Availability*).

3.3.1 Errori accidentali

Secondo una regola empirica la precisione può essere stimata come l'1% della lunghezza d'onda. Questo porta a precisioni diverse a seconda della diversa osservabile che si considera:

- codice C/A: precisione pari a 1% λ = 1% x 300 m = ± 3 m;
- codice P: precisione pari a 1% λ = 1% x 30 m = ± 0,3 m;
- portanti L1, L2: precisione pari a 1% λ = 1% x 20 cm = ± 2 mm;

In realtà queste precisioni sono solo teoriche in quanto si devono considerare varie fonti di errore.

3.3.2 Errori sistematici - bias

Errori d'orologio dei satelliti e dei ricevitori: è possibile dividere il termine d'errore in due parti:

- asincronismo (*offset*): traslazione temporale dell'origine dei tempi;
- deriva dipendente dal tempo;

può essere modellato da un polinomio di grado due negli orologi atomici o da un polinomio di grado elevato (esempio grado 8) negli orologi al quarzo, per brevi periodi di tempo.
Anche se satelliti sono molto sofisticati bisogna tener conto di alcuni piccoli errori nel sistema.
Gli orologi atomici sono estremamente precisi ma non perfetti. Piccole discrepanze possono verificarsi e questo si traduce in errori nella misurazione del tempo di viaggio.
Ed anche se le posizioni dei satelliti sono costantemente controllate, esse non possono essere controllate ogni secondo.
Così alcune posizioni (errori d'effemeride) possono essere perse durante i periodi di osservazione.

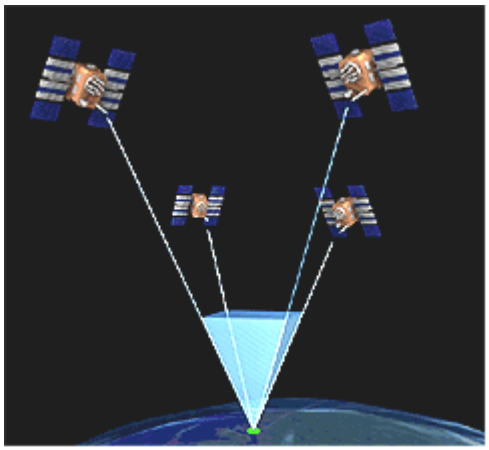
Errori d'orbita: il presupposto per il posizionamento GPS è la conoscenza dell'effemeridi dei satelliti. Queste possono essere note con precisioni diversa a seconda che si tratti di:

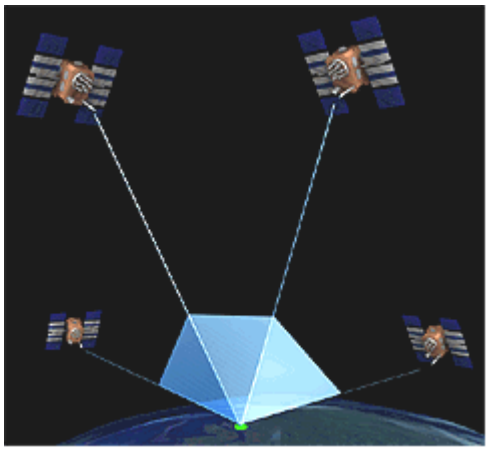
- effemeridi trasmesse *broadcast*: sono predette ed hanno precisione dell'ordine del centinaio di metri;
- effemeridi "precise": sono calcolate a posteriori ed hanno precisione metrica.

Detti errori si ripercuotono, nel posizionamento assoluto, direttamente sulle coordinate incognite del ricevitore.
Come già detto i dati orbitali (o effemeridi) sono costantemente trasmessi dai satelliti.
I ricevitori mantengono un almanacco[8] di questi dati per tutti i satelliti e li aggiornano con i nuovi dati in arrivo.
Normalmente, le effemeridi vengono aggiornate con cadenza oraria.
La geometria stessa può aumentare questi errori con un principio chiamato: "Diluizione Geometrica della Precisione" (GDOP: Geometric Diluition of Precision), che si può definire

[8] Le informazioni sulla costellazione satellitare, incluse le posizioni e le condizioni di efficienza, vengono trasmesse dai satelliti e raccolte dai ricevitori. I dati contenuti nell'almanacco consentono al ricevitore di agganciare velocemente i satelliti poco dopo l'accensione.

come il rapporto tra l'errore presente nella determinazione della posizione e l'errore presente nella determinazione della distanza tra i satelliti ed il ricevitore.
Anche se può sembrare complicato il principio è abbastanza semplice. Normalmente sono disponibili più satelliti di quanti ne servano ad un ricevitore per determinare una posizione, così il ricevitore ne usa alcuni e gli altri li ignora.
Nelle immagini successive si possono notare dei tetraedri. Ognuno di essi è dato dall'intersezione delle rette che collegano i satelliti al centro di fase dell'antenna del ricevitore. Quando il volume del tetraedro è molto piccolo ciò vuol dire che vengono usati dei satelliti che si trovano a distanza ravvicinata nello spazio, le rette si intersecano formando angoli molto piccoli, il che aumenta il margine d'errore intorno ad una posizione.
Se invece vengono utilizzati satelliti molto distanti, il volume del tetraedro aumenta in quanto le rette si intersecano formando angoli quasi retti.
Questo minimizza l'errore. I buoni ricevitori sono in grado di determinare quali satelliti danno la più bassa GDOP.





Rifrazione troposferica: la troposfera rappresenta "bassa" dell'atmosfera, compresa tra la superficie della Terra e un'altezza approssimativamente di 40 km.
Può essere divisa in due parti:

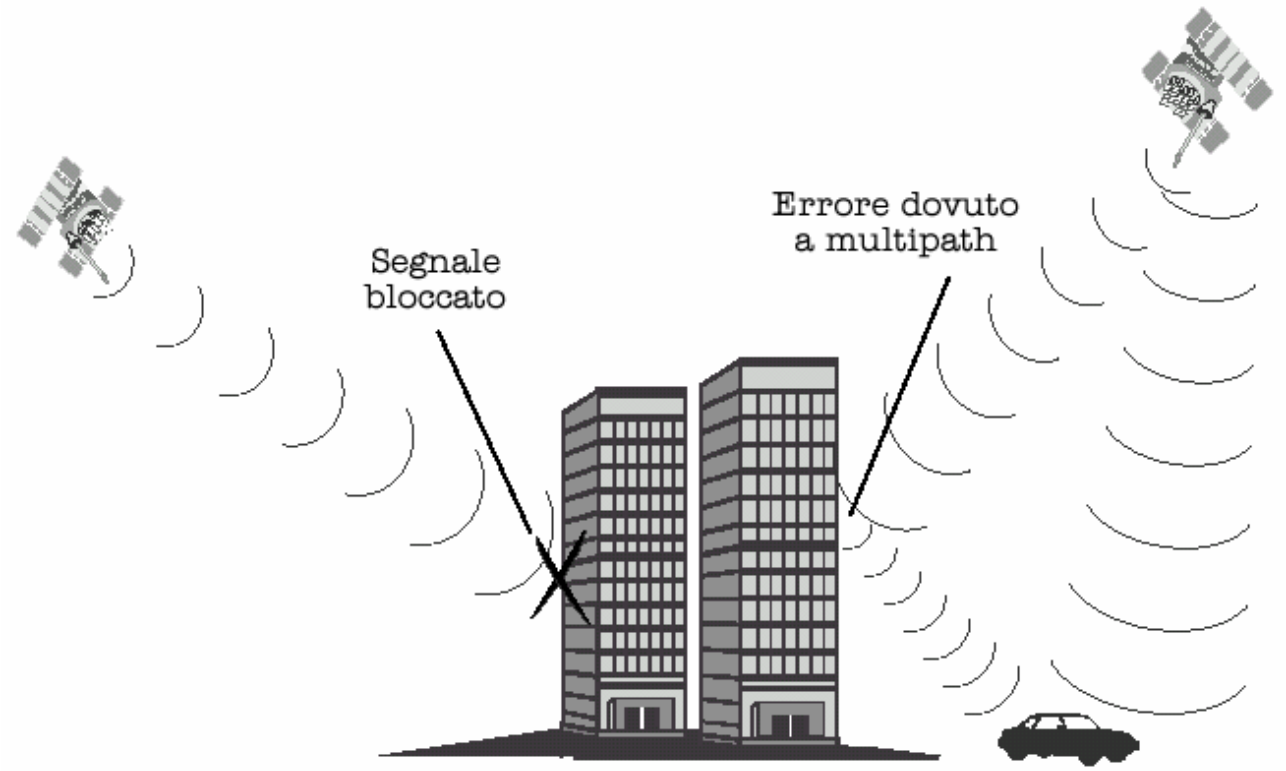
- parte "idrostatica": dalla superficie fisica ad un'altezza di circa 11 km;
- parte "secca": compresa tra le altezze 11 km ÷ 40 km.

La rifrazione troposferica provoca un ritardo del segnale per cui la misura del *range* risulta sistematicamente più lunga. Il ritardo troposferico è indipendente dalle frequenze ed è dunque identico per la portante L1 ed L2. Dipende da parametri atmosferici e dall'angolo zenitale z del satellite.

Rifrazione ionosferica: la ionosfera è la parte "alta" dell'atmosfera, compresa tra un altezza di 40 km fino a 100 km approssimativamente. Gli errori legati alla rifrazione ionosferica dipendono dalla frequenza del segnale e sono dunque diversi per le portanti L1 ed L2. L'effetto del ritardo ionosferico, altera la misura del *range* satellite-ricevitore: normalmente viene eliminato con un'opportuna combinazione delle due portanti L1, L2.

3.3.3 Errori d'osservazione

Nel posizionamento di precisione sono da considerare ulteriori fonti d'errore.
I problemi per un segnale GPS non finiscono quando esso arriva a terra. Il segnale può rimbalzare su vari ostacoli prima di raggiungere il ricevitore. Questo fenomeno si chiama *multipath* ed è simile alle interferenze televisive. Per minimizzare questo problema i ricevitori usano sofisticate tecniche di reiezione del segnale.
Quindi l'errore di *multipercorso* o *multipath* si verifica quando parte del segnale arriva all'antenna in maniera indiretta, riflessa da superfici. Il risultato è uno sbarramento dei segnali che arrivano al ricevitore: prima quello diretto e poi una porzione di quello riflesso. Questo crea un segnale sporco.
Se i segnali rimbalzati sono forti abbastanza essi possono causare misurazioni erronee sul ricevitore. La misura tra il centro di fase dell'antenna del ricevitore e quello del satellite non avviene dunque secondo un percorso rettilineo. In realtà solo una piccola parte del segnale arriva riflesso al ricevitore: questo causa comunque disturbi alle misure.



Un altro errore di osservazione è dovuto alla *variazione del centro di fase dell'antenna*: questo è infatti un punto teorico, elettronico e non meccanico, che varia in funzione della frequenza (il centro di fase per L1 può non coincidere con quello di L2) e dell'elevazione del satellite che emette il segnale. Tale errore è di piccola entità (1÷2 cm) ma importante per posizionamenti di elevata precisione.
Altri errori dipendono ancora dall'*elettronica del ricevitore*: le misure di sfasamento avvengono tramite correlazione in tempo reale. E' dunque importante che il segnale non sia sporco per un'ottimale correlazione.
La qualità del segnale dipende comunque anche da eventuali *interferenze elettromagnetiche* che possono causare elevata rumorosità del segnale e nel caso più sfavorevole la perdita del segnale.

Selective Availability

Originariamente la precisione di posizionamento assoluto prevista per il codice C/A era di circa 400 m, ma alcuni test dimostrarono che in realtà la precisione ottenibile era molto migliore, stimabile attorno ai 15 ÷ 40 m.
Per questo motivo la precisione è stata degradata dal Dipartimento della Difesa statunitense introducendo la SA (*Selective Availability*) sui satelliti del blocco II, dal 25 marzo 1990[9].
La SA è costituita da due componenti:

1. degrado della precisione degli orologi (*δ-process*);

2. manipolazione delle effemeridi e conseguenti errori d'orbita (*ε-process*).

Con questo degrado la precisione di posizionamento arriva a valori dichiarati dal Dipartimento della Difesa statunitense di:

- Per il 95% del tempo accuratezza di: 100 m in planimetria, 156 m in altimetria;
- Per il 99,9% del tempo accuratezza di: 100 m in planimetria, 500 m in altimetria.

Il *δ-process* è ottenuto "eccitando" la frequenza fondamentale dell'orologio del satellite. Questo *bias* ha un impatto diretto sulle osservazioni *pseudo ranges*, basate sulla comparazione fra gli orologi del satellite e del ricevitore. Con la SA attivata, le variazioni nello *pseudo ranges* possono essere di parecchie decine di metri in periodi di alcuni minuti.
L' *ε-process* consiste nel troncamento di alcune delle informazioni trasmesse nel segnale navigazionale, in maniera da non permettere un calcolo accurato delle posizioni dei satelliti. Nel caso di SA attiva, ci possono essere variazioni delle posizioni orbitali di ampiezza variabile da 50 a 150 m, con periodi di alcune ore: questo causa errori nelle misure di *pseudo ranges*.
L'effetto della SA causa errori similari in due ricevitori che acquisiscono contemporaneamente e può essere virtualmente eliminato differenziando le misure di *range*.
L'effeto dell' *ε-process* può essere eliminato utilizzando invece delle effemeridi "trasmesse" (*broadcast*) quelle "precise". Queste vengono calcolate periodicamente da vari centri di ricerca e sono disponibili su alcuni siti Internet una decina di giorni dopo aver effettuato le misure.
Teoricamente il modo più semplice per superare la SA è di essere utenti autorizzati ad usare il codice P (anche se la possibilità di diventare utenti autorizzati è remota). Gli utenti autorizzati leggono i dati corretti criptati dal messaggio navigazionale e, dopo averli decrittati, ottengono i dati senza l'effetto SA.

[9] Essendo le misure di pseudorange caratterizzate da una precisione dell'ordine di 10 metri, il DoD, decise che i segnali GPS non fossero disponibili con la massima potenzialità agli utenti civili o a militari non alleati. Per ottenere tale scopo il DoD applicò una deliberata degradazione sui codici detta **S**elective **A**vailability (SA), garantendo così soltanto un' accuratezza di circa 100 metri. In particolare per SA si intende l'introduzione di predeterminati errori all'interno dei dati di navigazione trasmessi dai satelliti, con lo scopo di portare l'utente a stimare posizioni errate; inoltre la SA comporta anche errori sugli orologi dei satelliti, causando così una imperfetta sincronizzazione. In questo modo il GPS può essere usato con la massima potenzialità solo da chi possiede un ricevitore idoneo per neutralizzare tali tipi di errori. La SA da origine quindi ad ampi errori sulla posizione, velocità e tempo; questi si possono concretizzare nell' ordine di 100 metri. In ogni caso il 1° maggio del 2000 gli Stati Uniti hanno rinunciato con un atto ufficiale della Casa Bianca, a degradare intenzionalmente la precisione del segnale GPS.

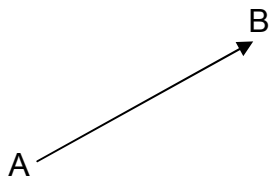
Le tecniche di posizionamento assoluto sono dunque affette da errori di varia natura che portano ad una precisione insufficiente agli scopi topografici. La modellizzazione di questi errori (intendendo con questo la modellizzazione della SA) porta alla loro riduzione; permangono comunque sempre errori di modello e i parametri da inserire nei modelli matematici sono spesso di difficile misurazione (si pensi ad esempio ai parametri atmosferici e alla loro variazione lungo il percorso del segnale, o la determinazione del contenuto di elettroni).

Per raggiungere precisioni elevate si deve dunque abbandonare il posizionamento assoluto: secondo tecniche concettualmente non nuove nelle discipline topografiche (si pensi alla livellazione geometrica eseguita dal mezzo dove vengono eliminati gli errori di rifrazione e sfericità), effettuando differenze di posizione, si eliminano o si riducono fortemente errori comuni nelle due stazioni.

Due sono le possibilità per differenziare le posizioni: le tecniche "differenziali" e le tecniche "relative": pur partendo da presupposti di base sensibilmente diversi, hanno lo stesso contenuto geometrico.
Con tecniche differenziali o relative sono raggiungibili precisioni di $10^{-6} \div 10^{-8}$ rispetto alla lunghezza della base.

3.4 Posizionamento relativo

Nel posizionamento relativo, l'obiettivo è la determinazione del vettore "base-line" ovvero delle componenti del vettore che unisce i due vertici su cui stazionano contemporaneamente due ricevitori.



Sia A un punto di coordinate note e B un punto di coordinate incognite. Sia $\underline{b_{AB}}$ il vettore di base. La posizione di B viene determinata con la:

$$X_B = X_A + \underline{b_{AB}}$$

$$\underline{b_{AB}} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix}$$

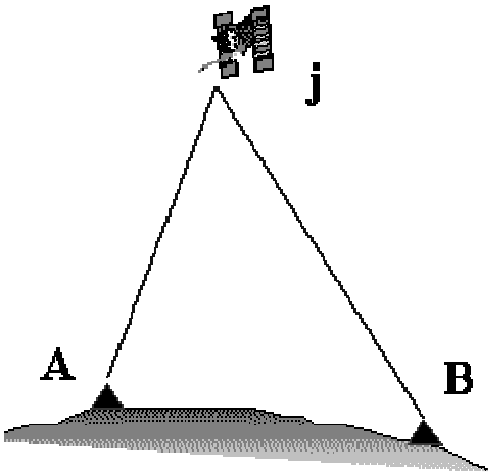
Il posizionamento relativo può essere fatto sulle misure di codice o sulle misure di fase, anche se in pratica si applica alle sole misure di fase. E' necessario fare misure simultanee con almeno due ricevitori, (usualmente uno è di coordinate note) per raccogliere simultaneamente dati dai satelliti e determinare le differenze tra le coordinate.
Questo metodo consente il posizionamento delle due stazioni l'una rispetto a l'altra (da qui il nome: "posizionamento relativo") le precisioni ottenute sono adeguate per semplici rilievi a terra e per rilievi idrografici.

Supponiamo che i due ricevitori A e B vedano contemporaneamente gli stessi satelliti i,j. Possono allora essere costruite combinazioni lineari chiamate differenze "singole" , "doppie" , "triple". La maggior parte dei programmi di trattamento dati di GPS utilizzano queste differenze.

3.4.1 Metodi applicati nelle differenze di fase

a) Singole differenze

Si considerino due ricevitori, posti in stazione sui vertici A e B, che osservano simultaneamente un satellite j.
Si consideri che un satellite venga tracciato con continuità, ovvero senza *cycle slip*. Dall'equazione delle misure di fase, si ha nei punti A e B:



$$\phi_A{}^j(t) - f^j\delta^j(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_A{}^j(t) + N_A{}^j - f^j\delta_A(t)$$

$$\phi_B^j(t) - f^j\delta^j(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_B^j(t) + N_B^j - f^j\delta_B(t) \qquad 3.1$$

Differenziamo ora le due equazioni:

$$\phi_B^j(t) - \phi_A^j(t) = \frac{1}{\lambda}[\rho_B^j(t) - \rho_A^j(t)] + N_B^j - N_A^j - f^j[\delta_B(t) - \delta_A(t)] \qquad 3.2$$

Si noti come la singola differenza porti all'eliminazione del contributo di errore $f^j\delta^j(t)$ legato all'asincronismo dell'orologio del satellite ,in quanto comune nelle due equazioni. Permangono comunque ancora i termini di errore legati agli orologi dei ricevitori e i termini di ambiguità di fase.
La precedente equazione è quella delle singole differenze. Introducendo le notazioni:

$$N_{AB}^j = N_B^j - N_A^j$$
$$\delta_{AB}^j(t) = \delta_B^j(t) - \delta_A^j(t) \qquad 3.3$$

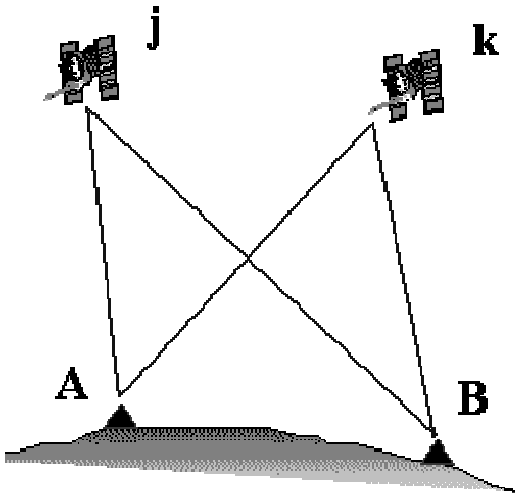
$$\phi_{AB}^j(t) = \phi_B^j(t) - \phi_A^j(t)$$
$$\rho_{AB}^j(t) = \rho_B^j(t) - \rho_A^j(t) \qquad 3.4$$

E sostituendo le 3.3 e 3.4 nella 3.1 si avrà:

$$\phi_{AB}^j(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^j(t) + N_{AB}^j - f^j\delta_{AB}(t) \qquad 3.5$$

b) Doppie differenze

Si considerino due ricevitori, posti in stazione sui vertici A e B,che osservano simultaneamente due satellite j, k.
Sotto l'ipotesi che entrambi i satelliti vengano tracciati con continuità, ovvero senza *cycle slip,* possono allora essere scritte due equazioni alle singole differenze secondo la (ultima).



$$\phi_{AB}^{j}(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{j}(t) + N_{AB}^{j} - f^{j}\delta_{AB}(t)$$

$$\phi_{AB}^{k}(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{k}(t) + N_{AB}^{k} - f^{k}\delta_{AB}(t) \qquad 3.6$$

Assumiamo che le frequenze del segnale dei due satelliti siano uguali (questo è vero nel sistema GPS) ovvero $f^j = f^k$ e sottraiamo le due singole differenze:

$$\phi_{AB}^{k}(t) - \phi_{AB}^{j}(t) = \frac{1}{\lambda}[\rho_{AB}^{k}(t) - \rho_{AB}^{j}(t)] + N_{AB}^{k} - N_{AB}^{j} \qquad 3.7$$

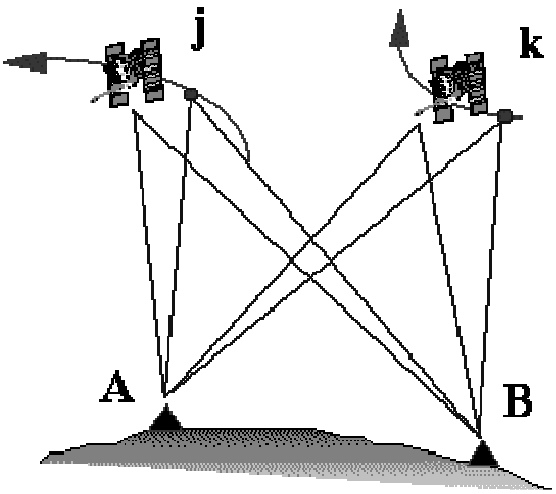
ovvero, usando le stesse notazioni introdotte nelle singole differenze:

$$\phi_{AB}^{jk}(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t) + N_{AB}^{jk} \qquad 3.8$$

La 3.8 è l'equazione delle doppie differenze. Si noti come si elidono i termini di errore legati agli orologi dei ricevitori, in quanto comuni nelle due equazioni alle differenze singole. Permangono ancora i termini incogniti delle ambiguità di fase.
L'eliminazione degli errori degli orologi dei ricevitori è la ragione per la quale questa è l'osservazione di base di tutti i principali programmi di trattamento dati GPS.
Questa conseguenza risulta dall'aver assunto l'eguaglianza delle frequenze dei satelliti e la simultaneità delle osservazioni.

c) Triple differenze

Quanto visto fino ad ora è considerato relativo all'epoca t. Per eliminare le ambiguità di fase incognite, essendo queste indipendenti dal tempo. Differenziamo allora due doppie differenze alle due epoche t_1 e t_2:



$$\phi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_1) + N_{AB}^{jk}$$

$$\phi_{AB}^{jk}(t_2) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_2) + N_{AB}^{jk} \qquad 3.9$$

Si supponga anche qui che non si verifichino *cycle slip* nel tratto di osservazione considerato, ovvero che i termini di ambiguità continuino a essere contati. Sottraendo le due relazioni di sopra si ottiene l'equazione delle triple differenze:

$$\phi_{AB}^{jk}(t_2) - \phi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda}[\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)] \qquad 3.10$$

che può essere scritta in forma semplificata:

$$\phi_{AB}^{jk}(t_{12}) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_{12}) \qquad 3.11$$

Il vantaggio delle triple differenze è l'eliminazione delle incognite ambiguità di fase. Le triple differenze sono, per questo motivo, immuni dal cambio di ambiguità di fase (*cycle slip*).

3.4.2 Tecniche di posizionamento basate sulle misure di fase

Come già detto il posizionamento relativo viene effettuato a partire dalle misure di fase, in quanto che esse forniscono una maggiore precisione nel determinare i *range*, il che è dovuto alla loro corta lunghezza d'onda (approssimativamente 19 cm per la portante L1 e 24 cm per la portante L2), e considerando anche le capacità del ricevitore consente di ottenere misure precise con incertezze di 2 mm. Questo metodo ha come applicazioni primarie i rilievi ingegneristici, topografici e geodetici, è può essere impiegato con metodi statici o cinematici.
Vi sono varie tecniche in cui vengono usate le misure di fase per determinare la posizione di una stazione. Queste sono: *statiche*, *rapido-statiche*, *cinematiche*, *stop & go cinematiche* e *pseudo cinematiche*.

a) Posizionamento statico relativo

Nella misura di una base A-B,due ricevitori devono stazionare su questi vertici per tutta la durata della sessione. Si analizzano nel seguito le singole, doppie e triple differenze facendo un bilancio del numero di equazioni incognite.
Il rilievo statico è la tecnica differenziale più largamente usata per rilievi geodetici di controllo. Necessita di lunghi periodi di osservazione[10] (1-2 ore, tutto dipende dal numero di satelliti visibili) per risolvere l'ambiguità di fase tra satellite e ricevitore. Utilizzando questo metodo possono essere ottenuti *range* precisi al di sotto del cm.

b) Posizionamento rapido statico

Il concetto del rapido statico consiste nel misurare i vettori *baseline* e determinare le posizioni con precisioni dell'ordine di qualche centimetro con brevi periodi di osservazione, 5-20 minuti. Il tempo di osservazione dipende dalla lunghezza del vettore *baseline* e dal

[10] Il tempo di osservazione è il tempo necessario che il ricevitore impiega per acquisire i segnali emessi dai satelliti ed ottenere il *range* corretto, servono un numero minimo di tre satelliti per rilievi planimetrici e almeno quattro per rilievi plano-altimetrici.

numero di satelliti visibili. Può verificarsi la perdita di agganciamento con il satellite quando s'è in moto da un stazione all'altra, oppure quando ogni vettore *baseline* è trattato in modo indipendente da ogni altro.

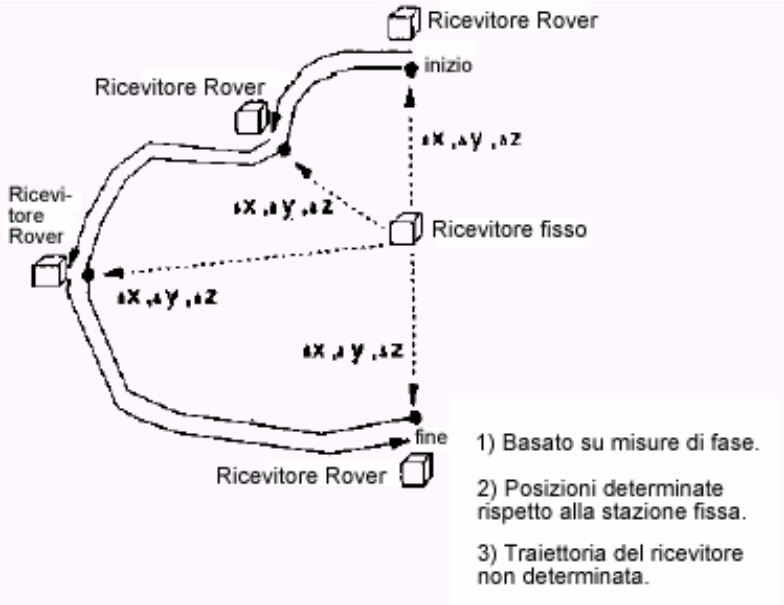
c) Posizionamento stop & go cinematico[11]

I rilievi fatti in questo modo necessitano la raccolta dei dati per alcuni minuti (1-2 minuti) per ogni stazione dopo un periodo di inizializzazione per risolvere l'ambiguità di fase. Questa tecnica non consente la perdita d'agganciamento con satellite durante il rilievo. Se questo si verifica un nuovo periodo di inizializzazione deve aver luogo. Questo metodo può essere migliorato con due stazioni fisse o note che provvedono a fornire ridondanza di dati ed a migliorare l'accuratezza.

Tecniche di rilievo per il posizionamento Stop & Go cinematico

Il rilievo Stop & Go è simile al rilievo statico in quanto entrambi i metodi richiedono almeno due ricevitori che registrano simultaneamente le osservazioni. La più grossa differenza tra questi due metodi consiste nella quantità di tempo richiesto affinché un ricevitore debba restare fisso su un punto di posizione incognita. Il secondo ricevitore - il *rover* - raccoglie informazioni secondo un modello statistico su un punto di coordinate incognite per un certo periodo di tempo (in genere qualche minuto), e poi si muove sui punti incogniti successivi per raccogliere i segnali per un breve periodo di tempo. Durante il rilievo, almeno quattro satelliti comuni (preferibilmente cinque) devono essere continuamente tracciati da entrambi i ricevitori. Una volta che tutti i punti sono stati occupati dal ricevitore *rover*, le osservazioni vengono post - processate da un computer per calcolare il vettore *baseline* dato dalla differenza delle coordinate tra il punto di controllo noto ed i punti occupati dal ricevitore *rover* durante la sessione di rilievo. Il più grosso vantaggio di questa forma di rilevo GPS, sul classico rilievo statico, è il ridotto tempo di occupazione richiesto per ogni punto incognito. A causa di ciò i rilievi Stop & Go hanno tempi e costi significativamente ridotti mantenendo comunque un livello di accuratezza accettabile.

Procedura di rilievo. Nella figura a fianco è illustrato uno schema classico di rilievo Stop & Go. Il sistema è inizialmente calibrato per effettuare inizializzazione di tipo *antenna swap* (scambio d'antenna) con un punto noto ed uno incognito oppure una misura statica su un *baseline* noto. Questo processo di calibrazione viene effettuato per risolvere le ambiguità di fase iniziali. Il vettore *baseline* noto (*starting vector*) può far parte di una rete esistente o può essere ricavato usando tecniche di rilievo statico.



Il ricevitore remoto *rover* allora si muove da un punto incognito all'altro effettuando un

[11] Da qui in poi verranno citate diverse tecniche di inizializzazione statica, per ulteriori dettagli si vada all'Appendice B.

rilievo topografico radiale. Alternativamente, due ricevitori fissi possono essere usati per fornire ridondanza sui punti remoti. Occupando i punti anche solo per 1 ÷ 2 min. la produzione di coordinate X-Y-Z è elevata e limitata soltanto dal numero di satelliti visibili, dal tempo di viaggio dei segnali tra i punti e *multipath*.

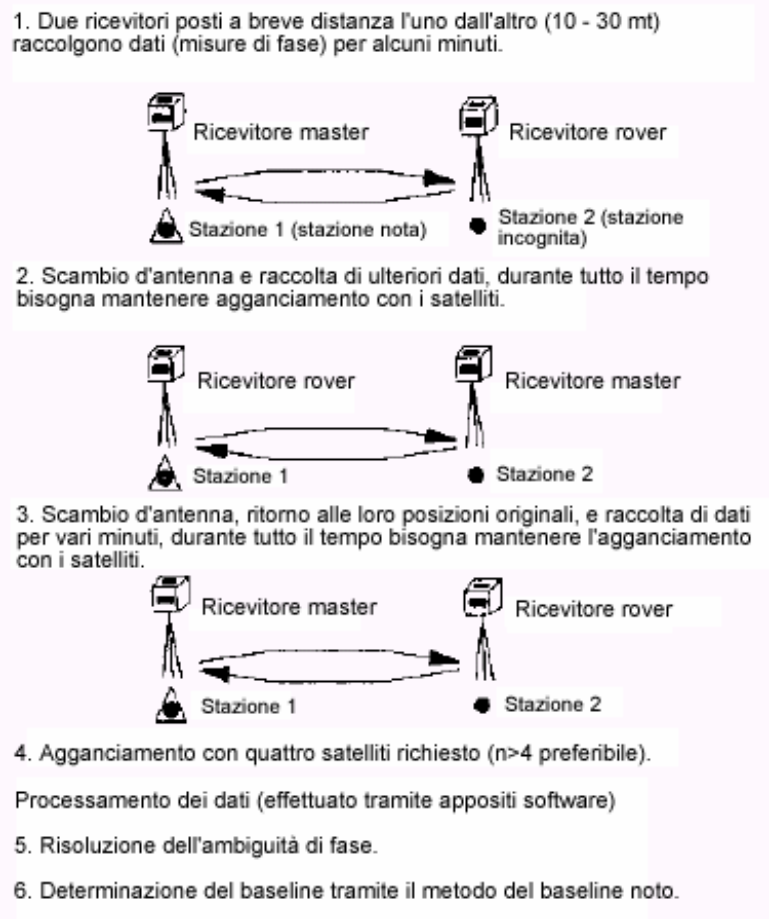
Agganciamento con il satellite. Durante un rilievo Stop & Go cinematico, la stazione *rover* deve mantenere l'agganciamento con almeno quattro satelliti (la stazione fissa deve osservare gli stessi quattro satelliti). Si verifica perdita d'agganciamento quando il ricevitore non è in grado di registrare continuamente i segnali dei satelliti o quando i segnali vengono distrutti ed il ricevitore non è in grado di registrarli. Se l'agganciamento con il satellite viene perso, il ricevitore in moto deve riosservare l'ultima stazione di controllo rilevata prima dell'interruzione. Alcune case produttrici hanno incorporato un allarme nei loro ricevitori che allerta l'utente quando si verificano *cycle slip*, questo rende il controllo del ricevitore più semplice.

Vincoli del sito. La selezione del sito da rilevare e del percorso tra le stazioni *rover* che devono essere osservate, sono scelte critiche. Da tutti i siti deve esservi chiara visibilità dei satelliti a partire da un angolo verticale di 15° o maggiore. Il percorso tra le stazioni rover occupate deve essere scevro da ogni possibile ostacolo o ostruzione (ponti, sovrappassi, rami di alberi, etc.) in modo che il segnale del satellite non sia interrotto. Ogni stazione incognita dovrebbe essere occupata due o tre volte per fornire ridondanza di osservazioni e per un minimo di 1 ÷ 2 min.

Procedura di calibrazione: "antenna swap". Sebbene la procedura antenna swap possa essere utilizzata per risolvere l'ambiguità di fase prima del rilievo vero è proprio, uno scambio d'antenna può essere anche utilizzato per determinare un *baseline* preciso e l'azimuth[12] tra due punti. La procedura richiede che entrambe le stazioni siano occupate e che il percorso tra esse non sia ostruito in modo da mantenere chiara visibilità dell'orizzonte. Sono richiesti un minimo di quattro satelliti e costante agganciamento per effettuare un antenna swap, anche se è preferibile poter disporre di più di quattro satelliti. Un ricevitore/antenna è posto sopra un punto di controllo noto ed il secondo si trova ad una distanza di 10 ÷ 30 mt dall'altro ricevitore.

[12] L'azimuth è un angolo diedro orientato, avente come spigolo la verticale del luogo e per facce il piano del meridiano locale e il piano verticale passante per un punto qualunque. L'azimuth si misura, partendo da sud (o da nord) da 0° a 360°. Per semplicità diciamo in questo caso che si tratta dell'angolo misurato tra l'orizzonte ed un satellite.

Osservando la figura si consideri che ogni stazione deve raccogliere i dati per 2 ÷ 4 min. la posizione dei ricevitori/antenne viene scambiata dopo che essi sono stati posti uno di fronte all'altro; il ricevitore/antenna che si trova nella stazione nota viene spostato nel sito incognito mentre l'altro ricevitore/antenna che si trova nel sito incognito viene spostato nella posizione nota. I dati provenienti dal satellite vengono raccolti per altri 2 ÷ 4 min. i ricevitori vengono allora riportati nelle loro posizioni originali. Questo completa una calibrazione di antenna swap. Se durante la procedura si verifica *cycle slip* essa va ripetuta.



Precisione dei rilievi Stop & Go. La precisione dei *baseline* misurati durante un rilievo Stop & Go normalmente è superiore ad $\frac{1}{5000}$. Per molti scopi questo livello di precisione è più che adeguato, in ogni caso opportune procedure di campo possono essere poste in atto per fornire ridondanza adeguata. Buona GDOP e *multipath* minimo sono essenziali per effettuare rilievi Stop & Go accettabili.

d) Posizionamento cinematico

Il rilievo cinematico consente all'utente di ricavare misure del vettore *baseline* in modo rapido e accurato quando si è in movimento da un punto all'altro. I dati vengono raccolti e trattati a posteriori per ottenere posizioni accurate al centimetro.
Questa tecnica permette solo una parziale perdita di agganciamento con il satellite durante l'osservazione e richiede un breve periodo d'inizializzazione statica.
Con la tecnologia OTF (*On The Fly*) il dato viene acquisito in tempo reale e post-processato successivamente, questa tecnologia potrebbe in futuro sostituire le procedure cinematiche standard almeno per *baseline* corti.
Nel caso cinematico relativo, un ricevitore occupa un vertice A su cui rimane fisso per tutta la durata delle misure, mentre un secondo ricevitore si muove e occorre determinare la sua posizione ad ogni epoca di misura.
Come nel caso statico, il modello delle differenze singole, doppie, triple, contiene intrinsecamente la distanza (*range*) geometrica, ora variabile nel tempo. Si consideri dunque un punto B e un satellite j; se nel caso statico la distanza geometrica è data dalla:

$$\rho_B^j(t) = \sqrt{\left(X^j(t) - X_B\right)^2 + \left(Y^j(t) - Y_B\right)^2 + \left(Z^j(t) - Z_B\right)^2}$$

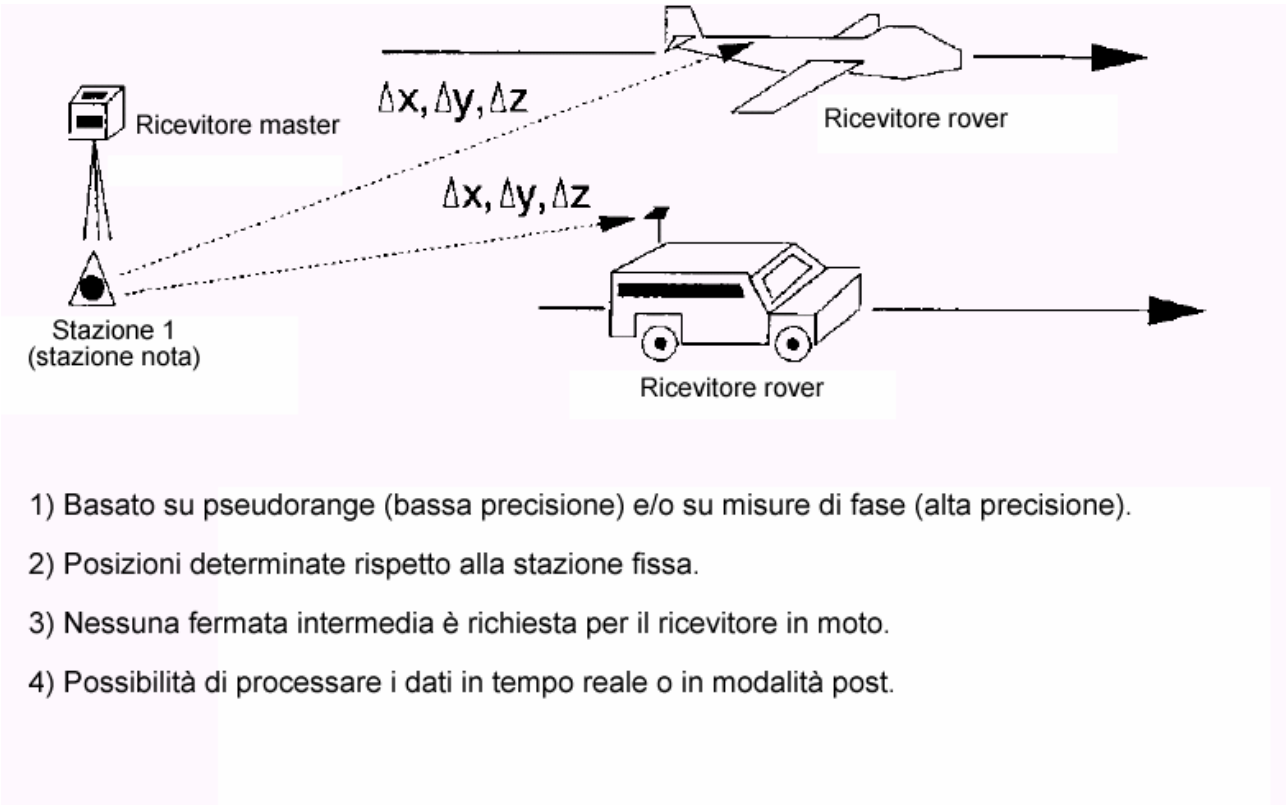
nel caso cinematico sarà data dalla:

$$\rho_B^j(t) = \sqrt{\left(X^j(t) - X_B(t)\right)^2 + \left(Y^j(t) - Y_B(t)\right)^2 + \left(Z^j(t) - Z_B(t)\right)^2}$$

dove compare la dipendenza dal tempo delle coordinate del ricevitore mobile B. Nel modello matematico compaiono dunque tre coordinate per ogni epoca di misura.

Tecniche di rilievo per il posizionamento cinematico

Come per i rilievi Stop & Go il ricevitore di riferimento rimane fisso su un punto di controllo noto finché il ricevitore in moto raccoglie dati da una piattaforma in moto costante (veicoli, navi, aerei, etc.).



A differenza dei rilievi Stop & Go, le tecniche di rilievo cinematiche non richiedono che il ricevitore *rover* resti immobile su un punto incognito. I dati osservati vengono successivamente post processati con un computer per calcolare il vettore relativo dato dalla differenza tra le coordinate *master/rover*.

Procedura del rilievo. Un rilievo cinematico richiede due ricevitori a singola frequenza (L1). Un ricevitore è posto su un punto noto (stazione di riferimento) e l'altro è usato come *rover* (cioè in moto da un punto all'altro o lungo un percorso). Prima che il ricevitore *rover* inizi a muoversi un periodo di inizializzazione statica o un antenna swap deve essere eseguito.
Questo periodo di inizializzazione statica dipende dal numero di satelliti visibili. Fatto questo il ricevitore *rover* può muoversi da punto a punto mentre ciò accade deve essere mantenuto l'agganciamento con almeno quattro satelliti comuni anche alla stazione di riferimento. Se si verificano *cycle slip*, un nuovo periodo di inizializzazione statica deve aver luogo.

Tecniche cinematiche di processamento dei dati. In generale, queste tecniche sono simili a quelle utilizzati nei rilievi statici. Quando vengono processati dati cinematici l'utente deve assicurarsi che venga mantenuto l'agganciamento con quattro o più satelliti e che i *cycle slip* siano adeguatamente risolti nei dati registrati.

Precisione dei rilievi cinematici. Gli errori dei rilievi cinematici differenziali (basati su misure di fase) sono correlati con le osservazioni ricevute dai ricevitori *master* e *rover*, come nei rilievi statici differenziali. Risultati sperimentali indicano che i rilievi cinematici possono essere accurati al centimetro fino a distanze di 30 km.

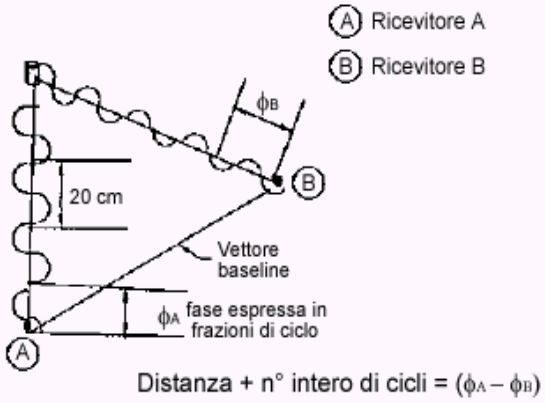
e) Posizionamento pseudo cinematico

Questa tecnica è simile ad una combinazione tra procedure cinematiche standard e statiche. La differenza consiste nel fatto che non vi è inizializzazione statica, e la perdita di agganciamento col satellite può essere accettabile. Con procedure cinematiche o rapido-statiche, l'accuratezza posizionale ottenuta è migliore, il che rende meno accettabile questo metodo per determinare i vettori *baseline*. Il metodo pseudo cinematico può

Le coordinate GPS che vengono ottenute non sono significative. Solo il vettore tridimensionale $\underline{b}_{AB}$ può essere variato per adattare alcune coordinate locali.

Tecnica di posizionamento differenziale

Il ricevitore nella stazione A è posto sopra un punto di controllo del progetto che viene rilevato dal satellite.



Misure di fase (semplificazione)

Il vettore baseline è funzione della differenza tra il n° intero di cicli e le frazioni di ciclo. Iterando lo stesso procedimento per quattro o più satelliti si ottiene un vettore baseline tridimensionale tra ricevitori di grande precisione (< 1 cm).

essere quindi identificato come una misura statica con grandi interruzioni (*gaps*) nei dati. Il modello matematico delle doppie differenze corrisponde all'equazione già vista:

$$\phi_{AB}^{jk}(t) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t) + N_{AB}^{jk}$$

generalmente devono essere risolti due set di ambiguità di fase in quanto il punto è occupato in tempi diversi. Il processamento dei dati deve cominciare con la soluzione alle triple differenze, eseguite per i pochi minuti di dati acquisiti durante le due occupazioni del sito. La soluzione è basata sulla connessione tra i due set di ambiguità calcolati.
Se questa connessione avviene con successo, si può seguire la normale soluzione alle doppie differenze. L'intervallo temporale tra le due occupazioni è un fattore importante per la precisione: il minimo è di un ora.

Tecniche di tracciamento basate sulle misure di fase			
Concetto	Equipaggiamento	Applicazioni	Accuratezza
Statico (post-processamento)	• Ricevitore GPS L1 o L1 ed L2 • Computer 386/486 per il post-processamento • Tempo minimo di acquisizione variabile tra 45 min. ed un ora[1]	Rilievi di controllo in cui è richiesta elevata precisione	Livello sub centimetrico
Rapido statico (post-processamento)	• Ricevitore GPS L1 ed L2 • Tempo minimo di acquisizione variabile tra 5 e 20 min[1]	Rilievi di controllo in cui è richiesta precisione media o elevata	Livello sub centimetrico
Cinematico[2] (post-processamento)	• Ricevitore GPS L1 con opzione per il rilievo cinematico • Computer 386/486 per il post-processamento	Topografia continua Rilievi di posizionamento	Livello centimetrico
Stop & Go cinematico[2] (post-processamento)	• Ricevitore GPS L1 • Computer 386/486 per il post-processamento	Rilievi di controllo in cui è richiesta precisione media	Livello centimetrico
Pseudo cinematico[2] (post-processamento)	• Ricevitore GPS L1 • Computer 386/486 per il post-processamento	Rilievi di controllo in cui è richiesta precisione media	Livello centimetrico
RTK/OTF Cinematico[3] (post-processamento o tempo reale)	Per il post-processamento • Ricevitore GPS L1 • Computer 386/486 Per il processamento in tempo reale • Processore interno o esterno (2 computer 386/486 con doppia porta COM) • Radio/modem	Rilievi idrografici in tempo reale di grande precisione Rilievi di posizionamento Rilievi di controllo di media precisione Controlli fotografici Topografia continua	Livello sub decimetrico

1. Dipende dalla costellazione satellitare e dal numero di satelliti visibili.
2. Richiesto periodo di inizializzazione e *cycle slip* non tollerati.
3. Nessuna inizializzazione statica necessaria, interi ottenuti in moto, e *cycle slip* tollerati.